University of Groningen

Group representations on Hilbert subspaces of distributions.

Pestman, Wiebe Roelf

Publication date:
1985

Godement for generalized
sults III, Proceedings
alysis, 1983 (North-

ex cones, Universiteit

riant reproducing kernels.
otschap (Amsterdam 1978)
erdam, 1979.

eir representations,

oups I, Springer-Verlag

ques et ses applications,

SAMENVATTING

Zij G een Liegroep. De ruimte $L^2(G)$ is met continue inclusie bevat in D'(G), de ruimte van distributies op G; zo'n ruimte noemen we een Hilbertdeelruimte van D'(G). Er bestaat een natuurlijke actie van G op G door linker translatie. De Hilbertdeelruimte $L^2(G)$ is invariant onder linker translaties, echter in het algemeen niet minimaal invariant onder deze actie (d.w.z. in het algemeen bevat $L^2(G)$ kleinere Hilbertruimtes die ook invariant zijn onder linker translaties). Het is bekend dat $L^2(G)$ kan worden ontbonden als een gegeneraliseerde som van minimaal links invariante Hilbertdeelruimtes van D'(G). Als G niet Abels is zijn er meerdere ontbindingen mogelijk. Vraag is nu: Is $L^2(G)$ ontbindbaar in minimaal links invariante Hilbertdeelruimtes die bestaan uit reguliere distributies (i.e. locaal integreerbare functies)? We hebben bewezen dat deze vraag bevestigend beantwoord kan worden: $L^2(G)$ is altijd ontbindbaar in minimaal links invariante Hilbertdeelruimtes bestaande uit begrensde analytische functies.

Een tweede natuurlijke actie op G is die van $G \times G$ op G door linker en rechter translaties. Hilbertdeelruimtes die invariant zijn onder deze actie noemen we biinvariant. Als G unimodulair is, dan is $L^2(G)$ een biinvariante maar in het algemeen niet een minimaal biinvariante Hilbertdeelruimte van D'(G). Het is bekend dat $L^2(G)$ op precies één manier kan worden ontbonden als een gegeneraliseerde som van minimaal biinvariante Hilbertdeelruimtes van D'(G). Het is ook bekend dat deze componenten niet altijd bestaan uit reguliere distributies. We stellen nu de vraag: Als G een nilpotente Liegroep is, bestaan dan de minimaal biinvariante componenten in de ontbinding van $L^2(G)$ uit reguliere distributies?

Het antwoord op deze vraag is niet volledig beantwoord. De resultaten (samengevat in de stellingen) geven echter een bevestigend antwoord in tal van gevallen. (o.a. in het geval dat G de groep is van $n \times n$ bovendriehoeks-matrices en in het geval dat G tweestaps nilpotent is). In geval de resultaten van toepassing zijn geven ze tevens een interessant verband aan met de spoor-formule van Kirillov.

Verder is studie gemaakt van de structuur van minimaal biinvariante Hilbert-deelruimtes van D'(G) in geval G een willekeurige Liegroep is. Er is bewezen dat deze ruimtes, geheel analoog aan de Peter-Weyl stelling voor compacte groepen, worden opgespannen (in zekere zin) door groepsfuncties.